



UNIwersytet
Warszawski



Year: 2017

Axiomatic Theories of Truth, Bounded Induction and Reflection Principles

Łełyk, Mateusz

Posted at The Institutional Repository of the University of Warsaw
ReIn UW: <https://repozytorium.uw.edu.pl/handle/item/2266>
Unique UUID of the publication: 2df4920d-6d2e-4450-a6e3-acff2cf278c6



The following work is licensed under a CC-BY - Attribution License.

Axiomatic Theories of Truth, Bounded Induction and Reflection Principles

Streszczenie

Mateusz Łełyk

30 maja 2017

W rozprawie doktorskiej zajmujemy się badaniem własności pojęcia prawdy. Pozostając w obrębie tradycji zainicjowanej przez Alfreda Tarskiego, zakładamy, że prawdziwość jest własnością zdań oraz wykorzystujemy formalne narzędzia w celu eksplikacji i rozstrzygnięcia stawianych pytań. Mówiąc bardziej precyzyjnie: badamy to, w jaki sposób różne własności pojęcia prawdy są ze sobą powiązane. O własnościach pojęcia P można myśleć jak o regułach językowych kierujących użyciem P . Używając lepiej sprecyzowanych pojęć, własności te mogą być rozumiane jako postulaty znaczeniowe albo aksjomaty naszego języka, regulujące warunki uznawania zdań, w których występuje P . W rozprawie jesteśmy zainteresowani sytuacją, w której P jest pojęciem prawdy i badamy różne aksjomatyczne teorie prawdy, które mają modelować konkretne postulaty znaczeniowe dla tego pojęcia.

Skupiamy się głównie na kompozycyjnych, stratyfikowanych teoriach prawdy. Teorie tego typu posiadają aksjomaty określające jak prawdziwość zdania zależy od prawdziwości jego bezpośrednich podformuł (kompozycyjność), lecz pojęcie prawdy jest dobrze określone jedynie dla zdań, które nie zawierają predykatu prawdy (stratyfikacja). Ograniczamy się do sytuacji, w której językiem przedmiotowym jest język Arytmetyki Peana pierwszego rzędu, traktując tę ostatnią jako teorię bazową.

Interesujące nas własności pojęcia prawdy wyliczone są w tytule naszej rozprawy. Pierwszą z nich jest *słaba induktywność*: badamy jakie własności ma pojęcie prawdy, jeśli założymy, że każda ograniczona formuła z predykatem T spełnia zasadę indukcji. To pytanie jest interesujące przynajmniej z dwóch powodów. Po pierwsze, przy ograniczonej możliwości przeprowadzania dowodów indukcyjnych wewnątrz teorii jest dalece nieoczywiste czy możemy stosować standardowe w tym kontekście techniki dowodowe (takie jak indukcja po budowie formuły, czy indukcja po długości dowodu), których zwykle używa się w rozumowaniach metateoretycznych z wykorzystaniem predykatu prawdy. Po drugie, nie jest oczywistym, które zdania języka przedmiotowego będą dowodliwe przy wykorzystaniu jedynie tak ograniczonych środków.

Nasza rozprawa zawiera nowe wyniki dotyczące aksjomatycznych teorii prawdy z indukcją ograniczoną. Dowodzimy, że tak podstawowe aksjomaty wystarczą do zagwarantowania, że pojęcie prawdy ma wiele bardzo naturalnych własności (takich jak np. domknięcie na dowodliwość w logice pierwszego rzędu). Co więcej, pokazujemy, że jest tak w przypadku zarówno

klasycznie kompozycyjnych teorii, jak i tych, które są kompozycyjne, ale dopuszczają niezde-terminowanie niektórych zdań.

Innym zagadnieniem badanym w naszej rozprawie są zasady refleksji. Intuicyjnie, zasada refleksji dla zbioru zdań X wyraża fakt, że wszystkie konsekwencje tego zbioru w logice \mathcal{L} są prawdziwe. Mając do naszej dyspozycji predykat prawdy, możemy taką zasadę wyrazić za pomocą jednego zdania, np.

Dla dowolnego zdania ϕ języka \mathcal{L} , jeśli ϕ jest dowodliwe z X w logice \mathcal{L} , to ϕ jest prawdziwe.

Zasady refleksji możemy podzielić na dwie grupy, w zależności od tego, czy zbiór X , dla którego formułujemy zasadę refleksji, zawiera wszystkie zdania prawdziwe, czy nie. W pierwszym przypadku mówimy o zasadach domknięcia, w drugim - o zasadach zupełności. Zauważmy, że zasada domknięcia implikuje, że prawdziwość jest zachowywana przez wnioskowania w logice \mathcal{L} . Jednym z głównych celów naszej pracy jest zbadanie relacji pomiędzy zasadami refleksji a indukcją ograniczoną dla predykatu prawdy, w kontekście teorii kompozycyjnych. W szczególności interesuje nas to, czy indukcja ograniczona wystarcza do udowodnienia zasad refleksji i, jeśli tak, to które zasady refleksji stają się dowodliwe w takiej teorii. Co więcej, badamy czy odpowiedź na powyższe pytania zależy od tego, czy wybrana teoria prawdy jest klasycznie kompozycyjna, czy dopuszcza niezde-terminowanie niektórych zdań.

W rozprawie jesteśmy zainteresowani pojęciem „siły” różnych własności pojęcia prawdy. Przedstawiamy trzy różne formalne eksplikacje tego pojęcia, koncentrując się głównie na *sile teoriadowodowej*: naszym celem jest scharakteryzowanie zbiorów zdań języka przedmiotowego, które mogą być wywnioskowane przy użyciu różnych rozważanych przez nas własności dla pojęcia prawdy.